

ΜΑΘΗΜΑ: *Μαθηματικά*

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ :ΑΝΔΡΕΑΣ ΣΑΒΒΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ:90'

ΕΙΔΟΣ :Προειδοποιημένο

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:1/3/2018

Γ_{ΚΑΤ}

ΠΕΡΙΟΔΟΣ:.....

ΟΝΟΜΑ:.....ΤΜΗΜΑ:.....ΑΡ.....

ΒΑΘΜΟΣ:...

ΥΠ.ΚΑΘΗΓΗΤΗ.....

ΥΠ.ΚΗΔΕΜΟΝΑ.....

1. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

α) $\int_0^2 \frac{1}{2x+1} dx$

β) $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} \cdot dx, x = \eta\mu\theta, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

[B.5-8]

2. Να προσδιορίσετε τον $a \in R$ για τον οποίο ισχύει η σχέση $\int_1^a \frac{4}{2+\eta\mu x} \cdot dx - \int_a^1 \frac{2\eta\mu\psi}{2+\eta\mu\psi} \cdot d\psi = 8$

[B.7]

3. T είναι το χωρίο που περικλείεται από την παραβολή $\psi^2 = 4x$ την κάθετη της στο σημείο (1,2) και τον άξονα των $x'x$ και βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου T.

β) Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του χωρίου T γύρω από τον άξονα των $x'x$.γ) Να γράψετε ένα τύπο που θα δώσει τον όγκο που παράγει το πιο πάνω χωρίο όταν περιστραφεί κατά 2π γύρω από τον άξονα $\psi'\psi$.

[B.7-4-2]

4. Έστω συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ η οποία είναι παραγωγίσιμη. Αν η συνάρτηση f' είναι συνεχής και ισχύει η σχέση $\int_0^1 (xf'(x) + 2f(x)) \cdot dx = 0$ να αποδείξετε ότι $\int_0^1 f(x) \cdot dx = -f(1)$.

[B.7]

5. Δίνονται οι συναρτήσεις $\psi = x^2 + 1$ και $\psi = x$.α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των δύο συναρτήσεων την ευθεία $\psi = 2$ και τον άξονα $\psi'\psi$.β) Να υπολογίσετε τον όγκο που παράγει το πιο πάνω χωρίο όταν περιστραφεί κατά 2π γύρω από τον άξονα των $\psi'\psi$.γ) Να γράψετε ένα τύπο που θα δώσει τον όγκο που παράγει το πιο πάνω χωρίο όταν περιστραφεί κατά 2π γύρω από την ευθεία $\psi = 2$.δ) Να γράψετε ένα τύπο που θα δώσει τον όγκο που παράγει το πιο πάνω χωρίο όταν περιστραφεί κατά 2π γύρω από τον άξονα των τετμημένων.

[B.20]

6. Δίνεται η συνάρτηση f , συνεχής στο $[0, 2a]$.

α) Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $x = a - u$ να δείξετε ότι
$$\int_0^a f(x) \cdot dx = \int_0^a f(a - x) \cdot dx.$$

β) Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $x = a + u$ να δείξετε ότι
$$\int_a^{2a} f(x) \cdot dx = \int_0^a f(a + x) \cdot dx.$$

γ) Να δείξετε ότι $\int_0^{2a} f(x) \cdot dx = \int_0^a (f(a + x) + f(a - x)) \cdot dx.$

δ) Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα
$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} [\varepsilon\varphi^3 \left(\frac{\pi}{8} + x\right) + \varepsilon\varphi^3 \left(\frac{\pi}{8} - x\right)] \cdot dx.$$

[B.20]

7. Το χωρίο που περικλείεται από την $\psi = -3x^2 + 6x$ και τον άξονα των $x'x$ χωρίζεται από την ευθεία $\psi = (6 - 3\alpha)x$, $\alpha \in (0, 2)$ σε δύο ισεμβαδικά μέρη. Να βρείτε την τιμή του α .

[B.10]

8. Έστω η f ορισμένη και συνεχής στο $[0, a]$, $a > 0$ τέτοια ώστε για κάθε $x \in (0, a)$ να ισχύουν $f(x) \geq 0$ και $f(x) + f(a - x) = \beta$, $\beta > 0$. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της f τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = 0$ και $x = a$.

[B.5]

9. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του α έτσι ώστε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την $\psi = x^2$ τις $x = a$, $x = a + 1$, $\alpha \in [1, 5]$ και τον άξονα των $x'x$ να είναι μέγιστο.

[B.5]